

**ANÁLISE I – FGV
PRIMEIRA LISTA**

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **24 de janeiro de 2025**

Exercício 1. Mostre que uma função tem inversa se e somente se ela é uma bijeção.

Exercício 2. Mostre que existe $J \in \mathbb{N}$ tal que $j^2 - 10j > 0$ para todo inteiro $j > J$.

Exercício 3. Seja $A \subseteq \mathbb{R}$ e as funções $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ sejam tais que os conjuntos $f(A)$ e $g(A)$ sejam limitados superiormente. Defina a função $f + g : A \rightarrow \mathbb{R}$ por $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$. Mostre que $\sup(f + g)(A) \leq \sup f(A) + \sup g(A)$. Dê um exemplo em que a desigualdade é estrita.

Exercício 4. Suponha que A e B sejam dois conjuntos de números reais limitados superiormente, e que toda cota superior de A seja cota superior de B . Mostre que $\sup A \geq \sup B$.

Exercício 5. Mostre que se $A \subseteq \mathbb{R}$ e $B \subseteq \mathbb{R}$ são abertos em \mathbb{R} , então o conjunto $C = A \times B$ é aberto no \mathbb{R}^2 .

Exercício 6. Seja $I \subseteq \mathbb{R}$ não vazio, fechado e limitado. Mostre que $\sup I \in I$.