

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-032 Sistemas Lineares 4P26 – Terceira Lista de Exercícios

Notação: $t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}, x, y \in \mathbb{C}$

EXERCÍCIO 1

Considere o SLIT causal a tempo discreto representado pela Equação de Diferenças (ED) abaixo.

$$y(k) - \frac{4}{3}y(k-1) + \frac{7}{12}y(k-2) - \frac{1}{12}y(k-3) = x(k).$$

- Qual é a ordem do SLIT?
- Encontre uma expressão algébrica explícita para a solução da ED Homogênea associada ao conjunto de condições iniciais $\{y_h(0) = 3, y_h(3) = 1, y_h(5) = 2\}$
- Encontre uma expressão algébrica explícita para resposta impulsiva (RI) do SLIT. O SLIT é BIBO-estável?
- Encontre uma expressão algébrica explícita (em função dos modos naturais do sistema e o da entrada) para saída do SLIT para a entrada $x(k) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}u(k-1)$ e condições iniciais $\{y(-1) = -3, y(-2) = 1, y(-3) = -1\}$, para $k \geq 1$.
- Desenhe o diagrama de blocos da forma direta II canônica do SLIT dado.
- (Opcional) Implemente o SLIT computacionalmente via uma ED recursiva e obtenha (plote) sua saída para o cenário do item (d) acima, para $0 \leq k \leq 50$. Compare esse resultado com o da avaliação da resposta analítica obtida no item (d), no mesmo intervalo de tempo.

EXERCÍCIO 2

Um SLIT a tempo discreto tem resposta impulsiva (RI) dada pela expressão abaixo, onde $u(k)$ é o degrau unitário.

$$h(k) = \frac{96}{77}(2)^k u(k) + \frac{2}{11}\left(\frac{1}{6}\right)^k u(k) - \frac{3}{7}\left(\frac{1}{4}\right)^k u(k)$$

- Qual é a ordem mínima do SLIT?
- O SLIT é causal?
- O SLIT é BIBO-estável?
- Desenhe o diagrama de blocos da forma paralela do SLIT.
- Encontre uma expressão para ED Homogênea associada ao SLIT dado (**mesma ordem do item (a)**), sabendo que o polinômio característico da ED homogênea é mônico. Dica: os modos naturais que aparecem em $h(k)$ estão contidos no conjunto de modos da solução $y_h(k)$ da ED homogênea.
- Encontre uma expressão para a ED Não-Homogênea (**mesma ordem do item (a)**) que representa o SLIT com a RI dada.

EXERCÍCIO 3

Considere o SLIT causal a tempo contínuo representado pela Equação Diferencial Ordinária (EDO) abaixo.

$$\frac{d^3}{dt^3} y(t) + 4 \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 5 \frac{d}{dt} y(t) + 2 y(t) = x(t).$$

- Qual é a ordem do SLIT?
- Encontre uma expressão algébrica explícita para a solução da EDO Homogênea associada ao conjunto de condições iniciais $\left\{ y_h(0) = 1, \frac{d}{dt} y_h(0) = 0, \frac{d^2}{dt^2} y_h(0) = 0 \right\}$, para $t \geq 0$.
- Encontre uma expressão algébrica explícita para resposta impulsiva do SLIT. O SLIT é BIBO-estável?
- Encontre uma expressão algébrica explícita para saída do SLIT para a entrada $x(t) = 4e^{-2t}u(t)$ e condições iniciais nulas em $t = 0$, i.e., $\left\{ y(0) = 0, \frac{d}{dt} y(0) = 0, \frac{d^2}{dt^2} y(0) = 0 \right\}$.

EXERCÍCIO 4

Um sinal a tempo contínuo $x_1(t)$ é linearmente distorcido ao passar por um canal de transmissão causal, cuja saída é $y_1(t)$ e é modelada pela equação diferencial ordinária (EDO)

$$\frac{d}{dt} y_1(t) - a y_1(t) = x_1(t),$$

com $a \in \mathbb{C}$ (finito), para $t \geq 0$.

- Determine a resposta impulsiva $h_1(t)$ do SLIT que representa o canal de transmissão e a classifique quanto à duração.
- Discuta a estabilidade BIBO do SLIT dado em relação ao parâmetro a .
- Encontre a EDO do SLIT causal **inverso** ao do canal dado e a sua resposta impulsiva. Classifique a RI do SLIT inverso quanto à duração.